

جزوه نمونه سوالات حل شده درس:

حسابان

فصل چهارم

مقطع تحصیلی:

دوره دوم متوسطه

پایه :

یازدهم

تهیه و تنظیم :

مرکز تحقیقات مهندسی ثمین

تمامی حقوق این اثر برای مرکز تحقیقات ثمین محفوظ می باشد.

حسابان - فصل ۴ - مثلثات

۱- اگر زاویه θ برابر ۱۳۵ درجه آن را به رادیان تبدیل کنید.

پاسخ:

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{۱۳۵}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{۱۳۵\pi}{۱۸۰} = \frac{۳\pi}{۴}$$

۲- اگر زاویه θ برابر ۳۶ درجه آن را به رادیان تبدیل کنید.

پاسخ:

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{۳۶}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{۳۶\pi}{۱۸۰} = \frac{\pi}{۵}$$

۳- اگر زاویه θ برابر $\frac{۳\pi}{۵}$ باشد آن را به درجه تبدیل کنید.

پاسخ:

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{\frac{۳\pi}{۵}}{\pi} \rightarrow D = ۱۸۰ \times \frac{۳\pi}{۵\pi} = ۱۰۸$$

۴- اگر زاویه θ برابر $\frac{3\pi}{10}$ باشد آن را به درجه تبدیل کنید.

پاسخ:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{D}{180} = \frac{\frac{3\pi}{10}}{\pi} \rightarrow D = 180 \times \frac{3\pi}{10\pi} = 54$$

۵- اگر اندازه زاویه θ برابر ۳۶ درجه باشد و طول شعاع دایره برابر ۱۰ سانتی متر باشد طول کمان روبرو برحسب رادیان باشد.

پاسخ:

برای به دست آوردن طول کمان روبرو به زاویه، زاویه باید برحسب رادیان باشد.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{36}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{36\pi}{180} = \frac{\pi}{5}$$

$$\theta = \frac{l}{R}$$

$$\frac{\pi}{5} = \frac{l}{10} \rightarrow \frac{10\pi}{5} = l$$

$$l = 2\pi \rightarrow l = 6.28$$

۶- اگر طول کمان روبرو به زاویه θ برابر با ۳.۱۴ باشد و شعاع دایره ۲ باشد اندازه زاویه (برحسب زاویه) را به دست آورید.

پاسخ:

$$\theta = \frac{l}{R} \rightarrow \frac{3.14}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow D = 90$$

۷- مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$

پاسخ:

$$\sin\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ب) $\tan(210^\circ)$

پاسخ:

$$\tan(180^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ج) $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

پاسخ:

$$\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

د) $\tan\left(\frac{5\pi}{3}\right)$

پاسخ:

$$\tan\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

ه) $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

پاسخ:

$$\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

و) $\cot(75^\circ)$

پاسخ:

$$\cot(72^\circ + 3^\circ) = \cot 3^\circ = \sqrt{3}$$

۸- مقدار عبارت زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \cos \theta$$

پاسخ:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cos \theta + \cos \theta = 2 \cos \theta$$

$$\text{ب) } \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$$

پاسخ:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) = 0$$

۹- اگر $\cos \theta = 0.3$ ، زاویه حاده ای باشد. حاصل عبارت زیر را به دست آورید .

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

پاسخ:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$(0.9) + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 0.1$$

$$\sin(\theta) = \sqrt{\frac{0.1}{1.0}}$$

۱۰- اگر $\cos \theta = 0.53$ باشد حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{\cos(232) + 2 \tan(323)}{3 \cos(53) + \cos(217)}$$

پاسخ

$$\frac{\cos(180 + 53) + 2 \tan(360 - 37)}{3 \cos(53) + \cos(180 + 37)} = \frac{-\cos(53) - 2 \tan 37}{3 \cos(53) - \cos 37}$$

$$\cos(53) = 0.6$$

$$\sin(53) = 0.8$$

$$\cos(37) = 0.8$$

$$\sin(37) = 0.6$$

$$\tan(37) = \frac{3}{4}$$

$$\frac{-(-0.6) - 2\left(\frac{3}{4}\right)}{3(0.6) - (0.8)} = \frac{-2.1}{1} = -2.1$$

۱۱- کمترین مقدار و بیشترین مقدار تابع زیر را بنویسید.

$$f = \sin(x) - 3$$

$$g = 2 \cos(x + 2) + 1$$

$$y = f + g$$

پاسخ:

$$\sin x = 1$$

$$f = 1 - 3 = -2$$

$$f_{max}$$

$$\sin x = -1 \quad f = -1 - 3 = -4 \quad f_{min}$$

$$\cos(x + 2) = 1 \quad 2 \cos(x + 2) + 1 = 3 \quad f_{max}$$

$$\cos(x + 2) = -1 \quad 2 \cos(x + 2) + 1 = -1 \quad g_{min}$$

$$(f + g)_{max} = -2 + 3 = 1$$

$$(f + g)_{min} = -4 - 1 = -5$$

۱۲- برد تابع زیر را در بازه $[-\pi, \pi]$ پیدا کنید.

$$y = 2 \sin(x - 1) + 1$$

پاسخ:

$$-1 \leq \sin(x - 1) \leq 1$$

$$-2 \leq 2 \sin(x - 1) \leq 2$$

$$\rightarrow \text{برد } [-1, 3] \quad -1 \leq 2 \sin(x - 1) + 1 \leq 3$$

۱۳- برد تابع زیر را پیدا کنید؟

$$2 \cos x - \sqrt{8 \cos x}$$

پاسخ:

$$2 \cos x - \sqrt{8 \cos x} = (\sqrt{2 \cos x} - 1)^2 - 1$$

$$\begin{aligned} \max \rightarrow \cos x = 1 &\rightarrow (\sqrt{2(1)} - 1)^2 - 1 = 3 + 1 - 2\sqrt{3} - 1 \\ &= 3 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\min \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\sqrt{2 \left(\frac{1}{2} \right)} - 1 \right)^2 - 1 = (\sqrt{1} - 1)^2 = -1$$

برد تابع: $-1 \leq y \leq 3 - 2\sqrt{3}$

۱۴- معادله زیر در بازه $[0, 2\pi]$ دارای چند جواب است؟

$$2 \cot x - 2 = 0$$

پاسخ:

$$2 \cot x = 2$$

$$\cot x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۲ جواب دارد $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

۱۵- مقدار $\sin(105)$ را بدست آورید.

پاسخ:

$$\sin(105) = \sin(45 + 60) = \sin(45) \cos(60) + \cos(45) \sin(60)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

۱۶- مقدار $\cos(15)$ را بدست آورید.

پاسخ:

$$\begin{aligned}\cos(15) &= \cos(60 - 45) = \cos(60) \cos(45) + \sin(60) \sin(45) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}\end{aligned}$$

۱۷- مقدار کسر زیر را بدست آورید.

$$\frac{\sin(75) + 3 \cos(15)}{2 \cos(60) - 2 \sin(15)}$$

پاسخ:

$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30 = \frac{1}{2}$$

$$\sin(75) = \sin(45 + 30) = \sin 45 \times \cos 30 + \sin 30 \times \cos 45$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$\cos(15) = \cos(60 - 45) = \cos 60 \times \cos 45 + \sin 60 \times \sin 45$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\sin(15^\circ) = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \times \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \times \cos 45^\circ$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{\sin(75^\circ) + 3 \cos(15^\circ)}{2 \cos(60^\circ) - 2 \sin(15^\circ)} = \frac{4 \left(\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}{2 \times \frac{1}{2} - 2 \times \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right)} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{1 - \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}$$